

Valorisation des obligations émises par l'État

Ayoub Kamel

Juin 2024

Le projet BCPayoubKamel.tech est une application web que j'ai développée et publiée en ligne dans le cadre de mon stage à la Banque Centrale Populaire (BCP). Ce projet a été réalisé en utilisant le langage Python, et il sert de base pour les opérations sur le marché obligataire, permettant la valorisation des obligations et facilitant ainsi l'achat et la vente de ces titres sur le marché.

Ce projet traite de la valorisation des obligations émises par l'État, en se concentrant sur les différentes méthodes de calcul utilisées pour évaluer ces instruments financiers. Le marché obligataire est un segment clé du marché financier où les obligations sont négociées, représentant une dette contractée par un émetteur envers un investisseur. Ce travail explore les différents types d'obligations, les méthodes de remboursement, ainsi que les caractéristiques essentielles de ces titres de créance. Une attention particulière est accordée à la méthodologie de calcul des taux de rendement et de la durée, en utilisant les taux de référence publiés par Bank Al-Maghrib. Le projet propose également des outils pour l'interpolation des taux en l'absence de maturités exactes et examine l'impact des variations des taux d'intérêt sur la sensibilité des obligations.

ABSTRACT

The BCPayoubKamel.tech project is a web application that I developed and published online as part of my internship at Banque Centrale Populaire (BCP). This project was implemented using Python and serves as a foundation for bond market operations, enabling the valuation of bonds and facilitating the buying and selling of these securities in the market.

This project focuses on the valuation of government-issued bonds, emphasizing the different calculation methods used to assess these financial instruments. The bond market is a key segment of the financial market where bonds are traded, representing debt contracted by an issuer toward an investor. The work explores various types of bonds, repayment methods, and the essential characteristics of these debt securities. Particular attention is given to the methodology for calculating yield rates and duration, using the reference rates published by Bank Al-Maghrib. The project also provides tools for rate interpolation when exact maturities are not available and examines the impact of interest rate fluctuations on bond sensitivity.

TABLE DES MATIÈRES

1	Les Obligations	1
1.1	1
1.1.1	Le Marché Obligataire	1
1.1.2	Une Obligation	1
1.1.3	Les Types d'Obligations	1
1.1.4	Méthodes de Remboursement	2
1.1.5	Caractéristiques des Obligations	2
1.2	Valorisation	3
1.2.1	Méthodologie de Calcul selon Bank Al-Maghrib	3
1.2.2	Taux de Rendement	3
1.2.3	Duration	4
1.3	Sensibilité	5
1.4	Valorisation des Titres de Créance Émis par l'État (Les BDTs)	5
1.4.1	Obligation de Maturité Initiale Inférieure à 1 an	6
1.4.2	Obligations avec Maturité Supérieure à un an	6
1.4.3	Obligations avec Maturité et Maturité Résiduelle Supérieures à un an	7
1.5	Implémentation et Déploiement du Pricer	8

1.1

1.1.1 Le Marché Obligataire

Le marché obligataire est un segment du marché financier où se négocient les obligations, c'est-à-dire des titres de créance émis par des entités comme les gouvernements, les entreprises ou d'autres institutions pour lever des fonds. Ces titres représentent une promesse de remboursement du principal à l'échéance, ainsi que le paiement d'intérêts (coupons) pendant la durée de vie de l'obligation.

1.1.2 Une Obligation

Une obligation est un titre de créance qui représente une dette contractée par un émetteur (gouvernement, entreprise, etc.) envers un investisseur. En achetant une obligation, l'investisseur prête de l'argent à l'émetteur en échange de paiements d'intérêts réguliers (les coupons) et du remboursement du principal à l'échéance.

L'émetteur d'une obligation s'engage à verser périodiquement des intérêts aux détenteurs d'obligations pendant une période déterminée, jusqu'à l'échéance. À cette date, l'émetteur rembourse le montant nominal de l'obligation à l'investisseur. Les obligations sont souvent utilisées comme moyen de financement à long terme pour les émetteurs, tandis que les investisseurs y voient un moyen de générer des revenus fixes avec un niveau de risque contrôlé.

1.1.3 Les Types d'Obligations

Classification par Nature

- **Obligations subordonnées** : Ce sont des titres de créance qui, en cas de liquidation de l'émetteur, sont remboursés après les créanciers privilégiés mais avant les actionnaires. Elles présentent un risque plus élevé que les obligations ordinaires, ce qui se traduit généralement par un taux d'intérêt plus élevé.
- **Obligations convertibles en actions** : Ce sont des titres de créance qui offrent aux détenteurs la possibilité de convertir leurs obligations en un nombre prédé-

terminé d'actions de l'émetteur. Cette conversion peut être avantageuse pour les investisseurs si le prix de l'action de l'émetteur augmente significativement.

- **Obligations zéro coupon** : Ces obligations ne versent pas d'intérêts périodiques. Elles sont émises à un prix inférieur à leur valeur nominale et remboursées à leur valeur nominale à l'échéance. La différence entre le prix d'émission et la valeur nominale représente l'intérêt accumulé.

Classification par Taux

- **Obligations à taux fixe** : Ces obligations ont un taux d'intérêt déterminé au moment de l'émission, qui reste constant pendant toute la durée de vie de l'obligation. Elles offrent une prévisibilité des revenus pour les investisseurs.
- **Obligations à taux variable ou révisable** : Ces obligations ont un taux d'intérêt qui est ajusté périodiquement en fonction d'un indice de référence, comme le taux Euribor ou le taux de l'inflation. Ce type d'obligation permet aux investisseurs de se protéger contre les fluctuations des taux d'intérêt.

1.1.4 Méthodes de Remboursement

Remboursement In Fine

Dans un remboursement in fine, l'intégralité du principal est remboursée en une seule fois à l'échéance. Pendant la durée de l'obligation, seuls les intérêts sont payés périodiquement.

Remboursement Constant du Capital

Le remboursement constant du capital implique que le principal est remboursé en montants égaux à chaque période de paiement. Le montant des intérêts diminue donc au fil du temps, puisque le solde restant dû diminue.

Remboursement Progressif du Capital

Dans un remboursement progressif du capital, le montant du principal remboursé augmente au fil du temps. Les paiements sont donc plus faibles au début et augmentent à mesure que l'échéance approche.

1.1.5 Caractéristiques des Obligations

Nominal ou Principal

Le nominal, ou principal, est le montant initial de l'emprunt que l'émetteur s'engage à rembourser à l'échéance. C'est aussi sur cette valeur que sont calculés les intérêts (coupons) que l'émetteur doit verser.

Prix d'Émission

Le prix d'émission est le prix auquel l'obligation est vendue aux investisseurs lors de son émission initiale. Ce prix peut être égal à la valeur nominale, supérieur (prime), ou inférieur (décote).

Prix de Remboursement

Le prix de remboursement est le montant que l'émetteur s'engage à verser au détenteur de l'obligation à l'échéance. Dans la plupart des cas, il est égal à la valeur nominale.

Échéance ou Maturité

L'échéance ou maturité d'une obligation est la date à laquelle le principal doit être remboursé à l'investisseur. Les échéances peuvent varier de quelques mois à plusieurs décennies.

Coupon

Le coupon est le paiement d'intérêt périodique effectué par l'émetteur à l'investisseur. Le montant du coupon est généralement déterminé par le taux d'intérêt nominal de l'obligation et la valeur nominale.

Coupon Couru

Le coupon couru est la fraction du coupon accumulée depuis le dernier paiement d'intérêt mais non encore versée. Lors de la vente d'une obligation, l'acheteur paie à l'ancien propriétaire le coupon couru en plus du prix de l'obligation.

Date de Jouissance

La date de jouissance est la date à partir de laquelle une obligation commence à générer des intérêts. Elle peut être fixée à la date d'émission dans le cas d'une ligne simple ou à une date ultérieure dans le cas d'une ligne atypique.

1.2 Valorisation

1.2.1 Méthodologie de Calcul selon Bank Al-Maghrib

Bank Al-Maghrib utilise une méthodologie spécifique pour calculer la courbe des taux basée sur les transactions effectuées sur le marché obligataire. Cette courbe est utilisée comme référence pour fixer les taux d'intérêt applicables aux nouvelles émissions d'obligations et pour évaluer les obligations existantes.¹

1.2.2 Taux de Rendement

Pour calculer le taux de rendement d'une maturité spécifique, nous nous basons sur les maturités de la courbe des taux de Bank Al-Maghrib. Dans le cas où la maturité exacte n'est pas disponible, nous effectuons une interpolation linéaire entre deux maturités, l'une supérieure et l'autre inférieure, pour déterminer le taux exact. La formule est la suivante :

$$r(t) = r(t_0) + \frac{t - t_0}{t_1 - t_0} \times (r(t_1) - r(t_0))$$

1. - Taux de référence des bons du Trésor :
<https://www.bkam.ma/Marches/Principaux-indicateurs/Marche-obligataire/Marche-des-bons-de-tresor/Marche-secondaire/Taux-de-reference-des-bons-du-tresor>

Pour interpoler entre deux maturités, il est nécessaire que les taux soient sur la même base d'intérêt. Par conséquent, il est essentiel de convertir le taux actuariel en taux monétaire, et vice versa, lorsque nous effectuons une interpolation entre deux taux pour déterminer le taux de rendement.

- Nous convertissons le taux actuariel en taux monétaire lorsque la maturité se situe sur le marché monétaire, c'est-à-dire lorsque la maturité est inférieure à 365 jours et que le taux supérieur est un taux actuariel. La conversion se fait à l'aide de la formule suivante :

$$T_m = \left[(1 + T_a)^{\frac{Nb_jours}{base}} - 1 \right] \times \frac{Nb_jours}{360}$$

où la base correspond à 365 ou 366 jours en fonction de l'année.

- Nous convertissons le taux monétaire en taux actuariel lorsque la maturité se situe sur le marché obligataire, c'est-à-dire lorsque la maturité est supérieure à 365 jours et que le taux inférieur est un taux monétaire. La conversion se fait par la formule suivante :

$$T_a = \left[\left(1 + T_m \times \frac{Nb_jours}{360} \right)^{\frac{base}{Nb_jours}} - 1 \right]$$

Taux Monétaire : Le taux monétaire concerne les obligations à court terme et représente le coût du capital à court terme. Il est souvent influencé par la politique monétaire et les conditions économiques immédiates.

Taux Actuariel : Le taux actuariel prend en compte la valeur temporelle de l'argent et est utilisé pour actualiser les flux de trésorerie futurs d'une obligation. Il est essentiel dans la valorisation des obligations à long terme, car il permet de calculer la valeur actuelle des paiements futurs.

1.2.3 Duration

La duration d'une obligation est une mesure de la sensibilité du prix de l'obligation aux variations des taux d'intérêt. Elle représente la moyenne pondérée des échéances des flux de trésorerie d'une obligation, c'est-à-dire qu'elle indique combien de temps, en moyenne, il faudra attendre pour recevoir la totalité des flux de trésorerie. La duration est calculée selon la formule suivante :

$$D = \frac{1}{P} \sum_{t=1}^n \frac{t \times CF_t}{(1 + R)^t}$$

où :

- D est la duration,
- P est le prix de l'obligation,
- CF_t représente les flux de trésorerie à chaque période t ,
- R est le taux de rendement actualisé (ou Yield to Maturity, YTM),
- t est la période à laquelle chaque flux est reçu.

Interprétation : Plus la duration est longue, plus l'obligation est sensible aux variations des taux d'intérêt. En général, une augmentation des taux d'intérêt entraîne une baisse du prix des obligations, et vice versa. La duration donne une estimation du pourcentage de variation du prix de l'obligation pour une variation de 1% du taux d'intérêt.

1.3 Sensibilité

La sensibilité est une mesure de l'élasticité du prix de l'obligation par rapport aux variations des taux d'intérêt. Elle est souvent exprimée comme une approximation de la variation en pourcentage du prix de l'obligation en réponse à une variation d'un point de pourcentage du taux d'intérêt. La sensibilité peut être approximée par la duration modifiée, calculée comme suit :

$$S = \frac{D}{1 + R}$$

où :

- S est la sensibilité,
- D est la duration,
- R est le taux de rendement actualisé.

Interprétation : La sensibilité indique de combien le prix d'une obligation changera pour une variation donnée des taux d'intérêt. Par exemple, une sensibilité de 5 signifie que pour chaque augmentation de 1% du taux d'intérêt, le prix de l'obligation baissera d'environ 5%.

1.4 Valorisation des Titres de Créance Émis par l'État (Les BDTs)

La valorisation d'une obligation consiste à actualiser les flux futurs de l'obligation à la date de valorisation. Dans notre cas, nous valoriserons les Bons du Trésor (BDTs), qui sont des obligations émises par l'État. La seule différence entre les BDTs et les obligations émises par les entreprises et les banques réside dans la prime de risque, car ces dernières sont plus risquées que les BDTs, qui sont classés comme des actifs sans risque, ou du moins, avec un risque très faible.

Avant de commencer à expliquer comment valoriser les obligations, nous allons citer les notations suivantes que nous utiliserons dans les formules :

- T_f : Taux facial
- N : Valeur nominale
- $D_{\text{ém}}$: Date d'émission de l'obligation
- $D_{\text{éch}}$: Date d'échéance de l'obligation
- D_{joui} : Date de jouissance
- D_{val} : Date de valorisation
- M : Maturité
- M_i : Maturité initiale
- M_r : Maturité résiduelle en jours
- R ou YTM : Taux de rendement actualisé

1.4.1 Obligation de Maturité Initiale Inférieure à 1 an

Figure 1.8 illustre le cas d'une obligation ayant une maturité initiale M_i inférieure ou égale à 1 an.

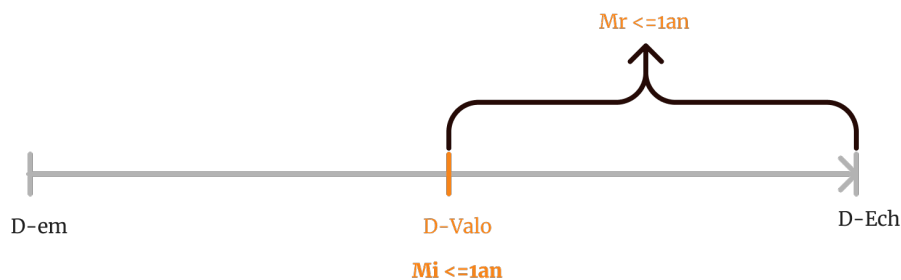


FIGURE 1.1 – Ligne simple avec M et $M_r \leq 1$ an

- Le prix de l'obligation est calculé comme suit :

$$P_{\text{dirty}} = N \times \frac{1 + t_f \frac{M_i}{360}}{1 + t_r \frac{M_r}{360}}$$

- Le coupon couru est calculé par :

$$C_{\text{cu}} = t_f \times N \times \frac{M - M_r}{360}$$

- Le coupon plein est calculé par :

$$C_{\text{pu}} = t_f \times N \times \frac{M}{360}$$

1.4.2 Obligations avec Maturité Supérieure à un an

Titre de Créance de Maturité Résiduelle Inférieure à 1 an

Figure 1.8 illustre le cas d'une obligation ayant une maturité initiale M_i supérieure ou égale à 1 an et une maturité résiduelle M_r inférieure ou égale à 1 an.

Le prix de l'obligation est calculé comme suit :

$$P_{\text{dirty}} = N \times \frac{1 + t_f}{1 + t_r \frac{M_r}{360}}$$

Le coupon couru est calculé par :

$$C_{\text{cu}} = t_f \times N \times \frac{D_{\text{val}} - D_{\text{coup}(M-1)}}{k(M)}$$

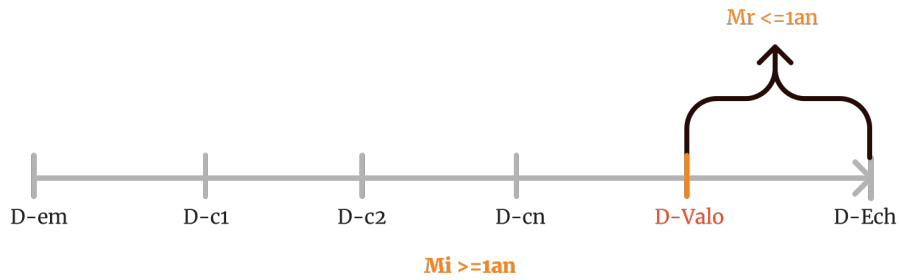


FIGURE 1.2 – Cas d’une ligne avec $M \geq 1$ an et $M_r \leq 1$ an

Le coupon plein est calculé par :

$$C_{\text{pu}} = t_f \times N$$

Le Cas d’une Ligne Postérieure à un Seul Flux

$$P_{\text{dirty}} = N \times \frac{1 + t_f \frac{M_i}{A}}{1 + t_r \frac{M_r}{360}}$$

1.4.3 Obligations avec Maturité et Maturité Résiduelle Supérieures à un an

Figure 1.8 illustre le cas d’une obligation ayant une maturité initiale M_i et une maturité résiduelle M_r supérieures ou égales à 1 an.

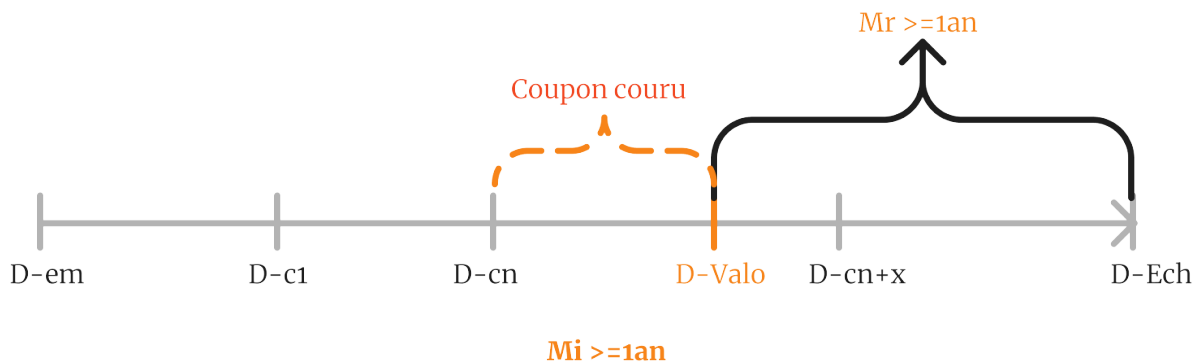


FIGURE 1.3 – Cas d’une ligne avec $M \geq 1$ an et $M_r \geq 1$ an

Le prix de l’obligation est calculé comme suit :

$$P_{\text{dirty}} = \frac{N}{(1+t_r)^{\frac{n_j}{A}}} \left[\sum_{i=1}^n \frac{t_f}{(1+t_r)^{(i-1)}} + \frac{1}{(1+t_r)^{(n-1)}} \right]$$

Le coupon couru est calculé par :

$$C_{\text{cu}} = t_f \times N \times \frac{D_{\text{val}} - D_{\text{coup}(i-1)}}{k_{(i)}}$$

Le Cas d'une Ligne Postérieure à un Seul Flux

$$P_{\text{dirty}} = N \times \frac{\left(1 + t_f \frac{M_i}{A}\right)^{\frac{A}{n_j}}}{(1+t_r)^{\frac{A}{n_j}}}$$

Le Cas de la Ligne Précédant la Date de Détachement du Premier Coupon

Figure 1.8 illustre le cas d'une obligation ayant une maturité initiale M_i et une maturité résiduelle M_r supérieures ou égales à 1 an, avec la date de valorisation avant la date du 1er coupon.

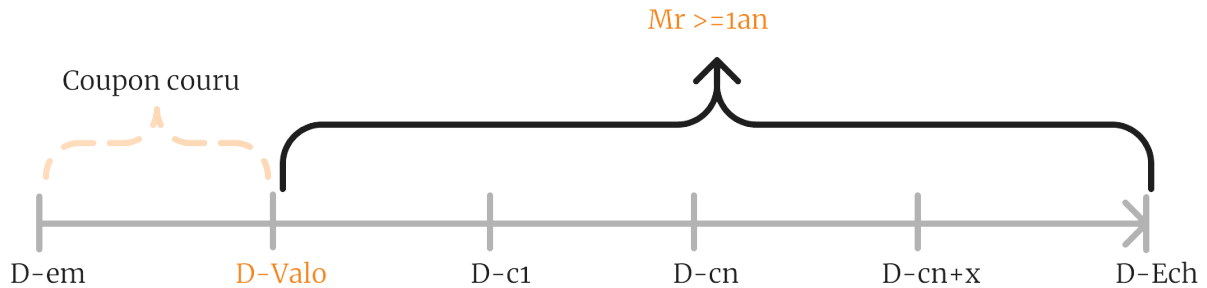


FIGURE 1.4 – Cas d'une ligne avec $M \geq 1$ an et $M_r \geq 1$ an avec la date de valorisation avant la date du 1er coupon

Le prix de l'obligation est calculé comme suit :

$$P_{\text{dirty}} = \frac{N}{(1+t_r)^{\frac{n_j}{A}}} \left[t_f \frac{(D_{1c} - D_{\text{Em}})}{A} + \sum_{i=2}^n \frac{t_f}{(1+t_r)^{(i-1)}} + \frac{1}{(1+t_r)^{(n-1)}} \right]$$

Le coupon couru est calculé par :

$$C_{\text{cu}} = t_f \times N \times \frac{D_{\text{val}} - D_{\text{em}}}{k'}$$

1.5 Implémentation et Déploiement du Pricer

Dans cette section, je présente le développement et le déploiement de mon pricer, accessible via le lien bcpayoubkamel.tech. Le pricer se compose de deux parties : le front-end et le back-end.

Front-end : Pour l'interface utilisateur, j'ai utilisé les langages HTML, CSS, et JavaScript. Ces technologies permettent de créer une interface interactive et responsive, facilitant la saisie des données et l'affichage des résultats.

Back-end : Pour la logique métier et les calculs, j'ai utilisé Python en conjonction avec Flask pour créer des API. Flask permet de gérer les requêtes des utilisateurs et de traiter les calculs nécessaires pour déterminer les prix des options, les taux d'intérêt, etc.

Le code source du back-end est hébergé sur GitHub, ce qui facilite la gestion du code et la collaboration. Quant au déploiement du back-end, il est hébergé sur Vercel, une plateforme de cloud computing qui offre une solution efficace pour déployer des applications web.

obligatoires.

BANQUE POPULAIRE

Code Documentation

Date d'émission *

010310

Date d'échéance *

010325

Date valorisation *

280224

Date de la courbe

110724

Coupon % *

4.2

Calculer

Dirty Price: 105547.922
coupon couru: 4177.049180327869
prix au pied de coupon: 101370.87315333971
Duration: 0.966
Sensibilité: 0.939

Remarque : Cas Normal

Date d'émission : Mon, 01 Mar 2010 00:00:00 GMT
Date jouissance : Mon, 01 Mar 2010 00:00:00 GMT
Date d'échéance : Sat, 01 Mar 2025 00:00:00 GMT
Date valorisation : Wed, 28 Feb 2024 00:00:00 GMT

Nominal: 100000
Coupon: 4.2
Maturité résiduelle : 367
yield to maturity : 2.798
Rang d'actualisation: 366

Date du coupon avant valorisation : Wed, 01 Mar 2023 00:00:00 GMT
jour_cc: 364
prev_date: Wed, 28 Feb 2024 00:00:00 GMT
datev: Fri, 01 Mar 2024 00:00:00 GMT
Date du premier coupon: Tue, 01 Mar 2011 00:00:00 GMT

FIGURE 1.5 – Interface du Pricer

La Figure 1.8 représente l'interface de notre pricer : elle demande en entrée les valeurs suivantes : date d'émission, date d'échéance, date de valorisation, date de la courbe et le taux facial (coupon). Pour faciliter la saisie, les champs n'exigent pas l'utilisation de barres obliques (/) entre les dates ni l'ajout de "20" au début de l'année.

Une fois les informations saisies, le code transfère les données du front-end vers le back-end via Flask. Ensuite, le code procède à la transformation des données pour les adapter au format de date requis.

Le code importe ensuite la courbe des taux depuis le site de Bank Al-Maghrib, accessible à l'adresse `bankalmaghrib.ma`. Si la date de la courbe existe, il importe les données correspondant à cette date exacte. Sinon, il importe les données de la date actuelle.

Nous passons ensuite aux étapes de construction du tableau des coupons, à la création du tableau d'actualisation, ainsi qu'au calcul du dirty price, du clean price, des coupons, et du coupon couru. Enfin, le code retransfère les résultats du back-end vers le front-end. Les sorties comprennent le dirty price, le clean price, les coupons, la sensibilité, la duration ainsi qu'une remarque indiquant le cas de valorisation applicable à cette ligne d'obligation, accompagnée des tableaux d'actualisation et de capitalisation.

Tableau d'actualisation

Date	Flux	Rang	Flux_Actualise	Prod_flux actualise	YTM-X	YTM+X
2024-02-28	NaN	0.000000	NaN	NaN	NaN	NaN
2024-03-01	4200.0	0.005464	4199.366704	22.947359	4199.368936	4199.364471
2025-03-01	104200.0	1.005464	101348.555630	101902.372874	101358.469472	101338.643722

Tableau des Coupons


Date	NbreJourAnnee	JourDiff	Coupon	Capital	Flux
------	---------------	----------	--------	---------	------

FIGURE 1.6 – Interface du pricer montrant le tableau d'actualisation

Tableau des Coupons

Date	NbreJourAnnee	JourDiff	Coupon	Capital	Flux
2010-03-01	365	NaN	NaN	0	NaN
2011-03-01	365	365.0	4200.0	0	4200.0
2012-03-01	366	366.0	4200.0	0	4200.0
2013-03-01	365	365.0	4200.0	0	4200.0
2014-03-01	365	365.0	4200.0	0	4200.0
2015-03-01	365	365.0	4200.0	0	4200.0
2016-03-01	366	366.0	4200.0	0	4200.0
2017-03-01	365	365.0	4200.0	0	4200.0
2018-03-01	365	365.0	4200.0	0	4200.0

FIGURE 1.7 – Interface du pricer montrant le tableau des coupons

BANQUE POPULAIRE 		Code	Documentation
2017-03-01	365	365.0	4200.0
2018-03-01	365	365.0	4200.0
2019-03-01	365	365.0	4200.0
2020-03-01	366	366.0	4200.0
2021-03-01	365	365.0	4200.0
2022-03-01	365	365.0	4200.0
2023-03-01	365	365.0	4200.0
2024-03-01	366	366.0	4200.0
2025-03-01	365	365.0	4200.0

Ayoub Kamel

FIGURE 1.8 – Interface du pricer avec résultats supplémentaires